Ci-après, on utilisera deux nombres complexes z et z' où :
$a, b, a', b', \theta, \theta' \in \mathbb{R}$
$z = a + ib = |z|e^{i\theta} = |z|\big(\cos(\theta) + isin(\theta)\big)$
$z' = a' + ib' = |z'|e^{i\theta'} = |z|\big(\cos(\theta') + isin(\theta')\big)$
On rappelle quelques notations (ou on les apprend) :
$arg(z) = \theta \qquad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Propriétés élémentaires

Montrer que :

(i) $z\bar{z} = 2\Re e(z)$
(ii) $|zz'| = |z||z'|$
(iii) $arg(zz') = arg(z) + arg(z')$
(iv) $\forall n \in \mathbb{N}, arg(z^n) = narg(z)$

N.B. : les formules sur les exponentielles sont supposées connues

Logarithme et dérivation

Soit $I \subseteq \mathbb{R}$, $u: I \to \mathbb{R}$. Préciser l'ensemble de définition de la fonction $ln(u)$. En préciser l'ensemble de dérivabilité J et montrer que : $\forall x \in J \ \ (\ln(u))'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$.

………

………

………

………

………

………

………

………

………

Dérivée de l'exponentielle

Montrer que e^x est défini et dérivable sur $\mathbb{R}$ et que sa dérivée est lui-même.
N.B. : la définition et les propriétés élémentaires concernant la fonction logarithme népérien sont supposées connues

………

………

………

………

………

………

………

………

Dérivée d'une exponentielle quelconque

Montrer que : $\forall a \in \mathbb{R}^{+}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) = a^{x} \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = ln(a)a^{x}$

……

……

……

……

……